

Istituzioni di Matematiche II
Scienze Geologiche
Sessione straordinaria
Anno Accademico 2001-2002

11 dicembre 2001

1) Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} y_1' = -2y_1 + 3y_2 + 24x \\ y_2' = 2y_1 + 3y_2 \end{cases}$$

2) Risolvere le seguenti due equazioni differenziali del primo ordine:

$$y' = \frac{1}{x}y + 2x^2e^{x^2}, \quad (\text{per semplicità si supponga } x > 0)$$

$$y' = 3x^2(y + 1)^2$$

3) Calcolare eventuali punti di massimo, di minimo o di sella della seguente funzione:

$$f(x, y) = e^{x^2+1/3y^3-y}$$

4) a) Sia $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq x\}$. Si calcoli il seguente integrale doppio:

$$\iint_D x \sin y \, dx dy$$

b) Sia $\phi : [0, \frac{\pi}{3}] \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da: $\phi(t) = (\sin(t), \cos(t))$. Calcolare:

$$\int_{\phi} F(x, y) \, dx + G(x, y) \, dy$$

dove $F(x, y) = xy$ e $G(x, y) = y^2 + 1$.