

Istituzioni di Matematiche II  
Scienze Geologiche  
Prima provetta (suppletiva)  
Anno Accademico 2001-2002

11 dicembre 2001

1) Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} y_1' = -2y_1 + 3y_2 + 24x \\ y_2' = 2y_1 + 3y_2 \end{cases}$$

2) Risolvere le seguenti due equazioni differenziali del primo ordine:

$$y' = \frac{1}{x}y + 2x^2e^{x^2}, \quad (\text{per semplicità si supponga } x > 0)$$

$$\begin{cases} y' = 3x^2(y+1)^2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

3) Calcolare eventuali punti di massimo, di minimo o di sella della seguente funzione:

$$f(x, y) = e^{x^2+1/3y^3-y}$$

4) Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y) = y - 2x^3 + x + 6$ . Calcolare la curva di livello passante per il punto  $P = (1, 1)$  e mostrare che il gradiente calcolato in  $P$  è ortogonale a tale curva.