

Corso di laurea in Matematica
Algebra2
a.a. 2021–22
Scritto 27 settembre 2022

Svolgere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate con brevità e chiarezza.

1. Sia G un gruppo di ordine 143. Quanti sono i sottogruppi normali di G ?
2. Dire chi sono le unità e i divisori dello zero dell'anello prodotto $\mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7$.
3. Si consideri l'ideale $J = (x^3, y^2 - y) \subseteq K[x, y]$ (dove K è un campo). Si trovino tutti gli ideali primi che contengono J . Provare che tali ideali sono anche massimali.
4. Si fissi un numero naturale n . Provare che esiste un numero $a \in \mathbb{R}$ il cui polinomio minimo su \mathbb{Q} è di grado n . Si può dire la stessa cosa per l'estensione $\mathbb{C} : \mathbb{R}$?
5. Usando opportunamente il metodo di Berlekamp, dire quanti fattori irriducibili ha il polinomio $x^{18} + 2 \in \mathbb{Z}_3[x]$.