

Corso di laurea Matematica
Algebra 2
a.a. 2020–21
Scritto 10 febbraio 2021

Partecipando a questa sessione di esame, accetto di rispettare le seguenti norme di comportamento:

- Le risposte all'esame saranno svolte solo da me.
- Non renderò disponibili a nessun altro le mie risposte.
- Mi impegno a non consultare persone o materiali di qualsiasi tipo (libri, appunti, siti, ...).

Svolgere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate con brevità e chiarezza.

1. Siano A e B due anelli. Si consideri l'anello prodotto $A \times B$ e sia $U = \{(a, 0) \mid a \in A\} \subseteq A \times B$. Provare che U è un ideale di $A \times B$. Chi è (a meno di isomorfismi) l'anello quoziente $(A \times B)/U$?
2. Provare che $7n^{21} + 3n^{11} + n + 121$ è divisibile per 11 per ogni $n \in \mathbb{Z}$.
3. Si ricordi che in un anello A , un ideale proprio I si dice *primo* se vale la seguente condizione: se $ab \in I$, allora $a \in I$ o $b \in I$. Provare che un numero $p \in \mathbb{Z}$ è primo se e solo se l'ideale (p) è un ideale primo.
4. Trovare il polinomio minimo di $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ sul campo $\mathbb{Q}[\sqrt{3}]$.