

Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche
Esercizi n. 1617/4

1. Trovare, per ognuna delle seguenti affermazioni, la formula che la descrive (nel secondo elenco) e la sua negazione (nel terzo elenco).
 - (a) Ogni numero intero è maggiore del suo doppio.
 - (b) Esiste un numero naturale maggiore della sua metà.
 - (c) Dato un qualunque numero intero, si riesce a trovare un altro numero intero che è minore del numero dato.
 - (d) Ci sono numeri interi pari.
 - (e) Ogni numero intero è minore del suo triplo.
 - i) $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} : b < a$.
 - ii) $\forall x \in \mathbb{Z}$ vale $x > 2x$.
 - iii) $\forall x \in \mathbb{Z}$ vale $x \leq 3x$.
 - iv) $\exists a \in \mathbb{N} : x > x/2$.
 - v) $\exists a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} : a = 2b$.
- (1) $\forall x \in \mathbb{Z} \forall y \in \mathbb{Z} : x \neq 2y$.
- (2) $\exists x \in \mathbb{Z} : x > 3x$.
- (3) $\exists u \in \mathbb{Z} \forall v \in \mathbb{Z} : v \geq u$.
- (4) $\exists x \in \mathbb{Z} : x \leq 2x$.
- (5) $\forall q \in \mathbb{N} : q \leq q/2$.

2. Risolvere (con il metodo di Gauss-Jordan) i seguenti sistemi lineari:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

3. Verificare che vale:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -5 & -4 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Sia I_3 la matrice identica di tipo 3×3 . Calcolare $4 \cdot I_3$ e $I_3 + I_3 + I_3 + I_3$ e verificare che si ottiene la stessa matrice.
5. Sia $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 1$. Calcolare

$$\sum_{i=1}^5 a_i, \quad \sum_{i=1}^5 i a_i.$$