

Corso di laurea in Geologia
Istituzioni di matematiche A
a.a. 2017–18, esercizi n. 3

1. Sia α un angolo (tra 0 e $\pi/2$) tale che il suo seno vale $1/3$. Quanto vale il suo coseno? E se l'angolo fosse tra $\pi/2$ e π ?
2. Trovare $\arcsin(1/2)$, $\arctan(\sqrt{3}/3)$.
3. Sia $P(x, y)$ l'affermazione “ x è fratello di y ”. Sia U l'insieme di tutti gli abitanti della terra. Che cosa significano le seguenti affermazioni?
 - $\forall x \in U \exists y \in U : P(x, y)$
 - $\exists x \in U : \forall y \in U$ vale: $P(x, y)$
 - $\forall x \in U : \forall y \in U$ vale: $P(x, y)$
4. Fare la negazione delle tre affermazioni scritte sopra (usando le regole formali della negazione) e cercare di comprendere il significato delle affermazioni che si ottengono.
5. Trovare, per ognuna delle seguenti affermazioni, la formula che la descrive (nel secondo elenco) e la sua negazione (nel terzo elenco).
 - (a) Ogni numero intero è maggiore del suo doppio.
 - (b) Esiste un numero naturale maggiore della sua metà.
 - (c) Dato un qualunque numero intero, si riesce a trovare un altro numero intero che è minore del numero dato.
 - (d) Ci sono numeri interi pari.
 - (e) Ogni numero intero è minore del suo triplo.
 - i) $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} : b < a$.
 - ii) $\forall x \in \mathbb{Z}$ vale $x > 2x$.
 - iii) $\forall x \in \mathbb{Z}$ vale $x \leq 3x$.
 - iv) $\exists a \in \mathbb{N} : x > x/2$.
 - v) $\exists a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} : a = 2b$.
 - (1) $\forall x \in \mathbb{Z} \forall y \in \mathbb{Z} : x \neq 2y$.
 - (2) $\exists x \in \mathbb{Z} : x > 3x$.
 - (3) $\exists u \in \mathbb{Z} \forall v \in \mathbb{Z} : v \geq u$.
 - (4) $\exists x \in \mathbb{Z} : x \leq 2x$.
 - (5) $\forall q \in \mathbb{N} : q \leq q/2$.

6. Risolvere (con il metodo di Gauss-Jordan) i seguenti sistemi lineari:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y - z = -2 \\ x + 2y - z = 1 \\ y - 4z = -3 \end{cases}$$

7. (Prodotto righe per colonne). Verificare che vale:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -5 & -4 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$